

Механизм нейтронизации ядер, действующий в плазме

Б. В. Васильев

1 Нейтронно-избыточные ядра и механизм нейтронизации

Распределение звезд по массе (рис.1)[1] указывает на то, что плазма внутри многих звезд состоит из нейтронно-избыточных ядер с $A/Z = 3, 4, 5$ и т.д. Такие ядра в "земных" условиях радиоактивны.

Так в "земных" условиях изотопы водорода ${}^4_1H, {}^5_1H, {}^6_1H, \dots$ имеют весьма короткое время полураспада и эммитируют частицы с энергией несколько большей 20 Мэв. При распаде изотопов гелия ${}^6_2He, {}^8_2He, {}^{10}_2He$ энергия вылетающих электронов меньше, а время полураспада доходит почти до секунды.

Но звезды живут миллиарды лет и за это время линейчатый спектр масс не размывается. Поэтому следует думать, что должен существовать какой-то механизм, приводящий к стабилизации радиоактивных ядер внутри звезд. Такой механизм хорошо известен - это механизм нейтронизации [3]§106. Принято считать, что этот механизм характерен для карликов, плотность электронного газа внутри которых достигает величины порядка $n_e \approx 10^{30}$ частиц в куб. см., а давление релятивистского электронного газа

$$P \approx \hbar c \cdot n_e^{4/3} \approx 10^{23} \text{ dyne/cm}^2. \quad (1)$$

Считается, что в горячих звездах, где плотности и давления на несколько порядков меньше, этот механизм работать не должен.

Ниже возможность реализации эффекта нейтронизации в плазме рассмотрена подробно.

При этом следует иметь в виду, что имеются особенности спектра масс звезд, которые при последующем рассмотрении должны найти объяснение. Во-первых, из этого спектра видно, что звезд с A/Z точно равным 2 совсем немного. Возникает вопрос: почему так мало звезд, плазма которых могла бы состоять из очень стабильных ядер гелия-4? В то же время, наблюдается много звезд с $A/Z = 4$, т.е. состоящих, видимо, из водорода-4, а также звезд с $A/Z = 3/2$, которые гипотетически могли бы состоять из другого изотопа гелия - гелия-3.

2 Электронное облако в плазменной ячейке

Общепринято рассматривать плотную плазму разделенной на ячейки, заполненные электронным газом, в центре которых находятся положительно заряженные атомные ядра [5].

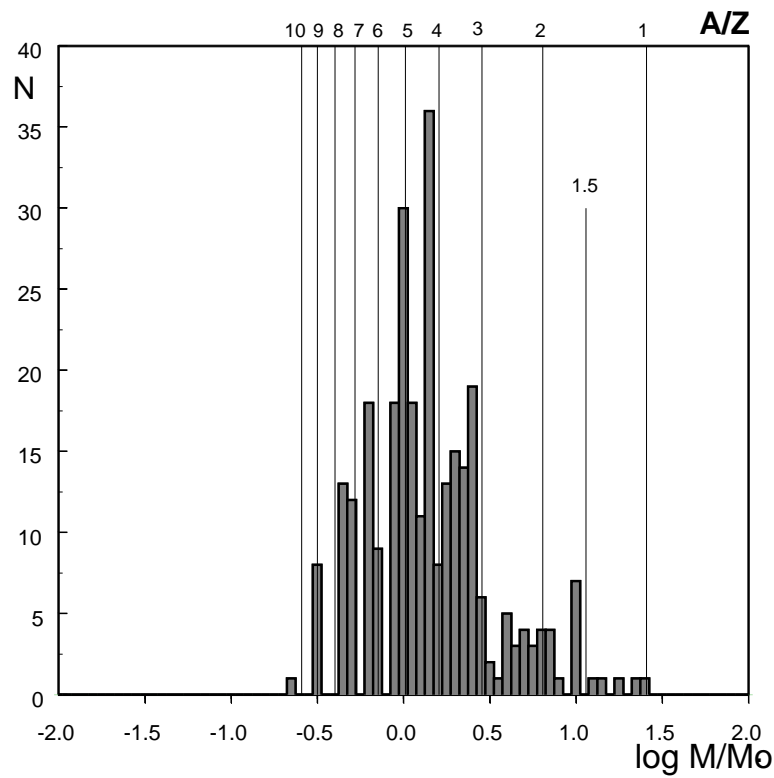


Рис. 1: Распределение по массе двойных звезд [2]. По абсциссе отложен логарифм массы в единицах солнечной массы. Линиями показаны отдельные значения A/Z в соответствии с теорией ([1]).

Такая конструкция ячейки с точки зрения классической механики является нестабильной, потому что подвержена "термодинамически выгодному" падению разноименных зарядов друг на друга. Один из путей для того, чтобы избежать расходимости в соответствующих теориях, описывающих этот процесс, состоит в искусственном обрезании на малых расстояниях интегралов, описывающих энергию взаимодействия частиц, например, представляя ядра твердыми шариками конечного радиуса.

Однако, корректнее, конечно, вести это рассмотрение с учетом законов квантовой механики, согласно которым электрон не может подойти к ядру ближе, чем его собственная длина волны де Бройля λ_e .

Рассмотрим поведение электронного газа внутри плазменной ячейки. Если выразить число электронов в объеме V через их плотность n_e , то максимальное значение электронного импульса [3]:

$$p_F = (3\pi^2 n_e)^{1/3} \hbar. \quad (2)$$

Это равенство справедливо как для нерелятивистского электронного газа, так и для релятивистского.

Кинетическая энергия электронного газа может быть найдена из общего выражения для энергии системы ферми-частиц, заполняющей объем V [3]:

$$\mathcal{E} = \frac{Vc}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^{p_F} p^2 \sqrt{m_e^2 c^2 + p^2} dp. \quad (3)$$

Интегрируя это выражение и вычитая энергию покоя, можем вычислить кинетическую энергию электрона:

$$\mathcal{E}_{kin} = \frac{3}{8} m_e c^2 \left[\frac{\xi(2\xi^2 + 1)\sqrt{\xi^2 + 1} - \text{Arcsinh}(\xi) - \frac{8}{3}\xi^3}{\xi^3} \right] \quad (4)$$

(здесь $\xi = \frac{p_F}{m_e c}$).

Потенциальная энергия электрона определяется величиной приложенного к нему электрического поля. Пусть $\varphi(r)$ - электростатический потенциал этого поля, который равен нулю на бесконечности ¹. Учитывая это можно записать баланс энергий электрона

$$\mathcal{E}_{kin} = e\varphi(r). \quad (5)$$

Потенциальная энергия электрона, движущегося в электрическом поле ядра, может быть оценена, исходя из Лоренцовых правил преобразования полей [4]§24. Если в лабораторной системе отсчета, где размещен электрический заряд, им создается электрический потенциал φ_0 , то в

¹В принципе, если внутри ячейки существует нескомпенсированный электрический заряд, то мы должны были бы добавить его потенциал к потенциалу $\varphi(r)$. Однако мы этого делать не будем, т.к. будем рассматривать только электронейтральную ячейку, в которой заряд ядра точно компенсируется зарядом электронного облака, так что на ее границе электрическое поле уменьшается до нуля.

системе отсчета, движущейся со скоростью v относительно источника поля, потенциал

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (6)$$

Поэтому потенциальная энергия электрона в поле ядра может быть записана в виде:

$$\mathcal{E}_{pot} = -\frac{Ze^2}{r} \frac{\xi}{\beta}. \quad (7)$$

Здесь

$$\beta = \frac{v}{c}. \quad (8)$$

и

$$\xi \equiv \frac{p_F}{m_e c}, \quad (9)$$

m_e - масса покоя электрона.

Поэтому можем переписать уравнение баланса энергии (5) в виде:

$$\frac{3}{8} m_e c^2 \xi \Upsilon = e \varphi(r) \frac{\xi}{\beta}. \quad (10)$$

где

$$\Upsilon = \left[\frac{\xi(2\xi^2 + 1)\sqrt{\xi^2 + 1} - \text{Arcsinh}(\xi) - \frac{8}{3}\xi^3}{\xi^4} \right]. \quad (11)$$

Откуда

$$\varphi(r) = \frac{3}{8} \frac{m_e c^2}{e} \beta \Upsilon. \quad (12)$$

Согласно электростатическому уравнению Пуассона

$$\Delta \varphi(r) = 4\pi e n_e \quad (13)$$

или с учетом зависимости электронной плотности от импульса (2), получаем

$$\Delta \varphi(r) = \frac{4e}{3\pi} \left(\frac{\xi}{\lambda_C} \right)^3, \quad (14)$$

здесь $\lambda_C = \frac{\hbar}{m_e c}$ - радиус Комптона.

Введя обозначение

$$\varphi(r) = \frac{\chi(r)}{r}, \quad (15)$$

преобразуем лапласиан к виду

$$\Delta \varphi(r) = \frac{1}{r} \frac{d^2 \chi(r)}{dr^2}. \quad (16)$$

Учитывая, что согласно (12)

$$\chi(r) = \frac{3}{8} \frac{m_e c^2}{e} \mathbb{Y} \beta r , \quad (17)$$

получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 \chi(r)}{dr^2} = \frac{\chi(r)}{\mathbb{L}^2} , \quad (18)$$

здесь

$$\mathbb{L} = \left(\frac{9\pi}{32} \frac{\mathbb{Y} \beta}{\alpha \xi^3} \right)^{1/2} \chi_C , \quad (19)$$

$\alpha = \frac{1}{137}$ - постоянная тонкой структуры.

Это дифференциальное уравнение имеет решение:

$$\chi(r) = C \cdot \exp\left(-\frac{r}{\mathbb{L}}\right) . \quad (20)$$

Таким образом, уравнение равновесия электронного газа внутри ячейки (10) приобретает вид:

$$\frac{Ze^2}{r} \cdot e^{-r/\mathbb{L}} = \frac{3}{8} m_e c^2 \beta \mathbb{Y} . \quad (21)$$

3 Экранировка Томаса-Ферми

. Рассмотрим случай, когда внутри ячейки находится ион, наружная оболочка которого не позволяет плазменному электрону подойти к ядру на расстояние значительно меньшее, чем радиус Бора.

В этом случае движение электрона будет нерелятивистским. При этом $\xi \rightarrow 0$ и кинетическая энергия электрона

$$\mathcal{E}_{kin} = \frac{3}{8} m_e c^2 \xi \mathbb{Y} \rightarrow \frac{3}{5} E_F , \quad (22)$$

а длина экранирования

$$\mathbb{L} \rightarrow \sqrt{\frac{\mathcal{E}_F}{6\pi e^2 n_e}} . \quad (23)$$

Таким образом, в случае нерелятивистского движения электрона мы получаем экранирование Томаса-Ферми.

4 Экранирование в ячейке с релятивистским электроном

В случае, когда ядро «голое», ничто не мешает электрону подойти к нему на предельно малое расстояние λ_{min} , которое ограничивается его

собственной де-бройлевской длины волны. Его движение в этом случае станет релятивистским с $\beta \rightarrow 1$ и $\xi \gg 1$. В этом случае при не слишком малых ξ получаем

$$\Upsilon \approx 2 \left(1 - \frac{4}{3\xi} \right), \quad (24)$$

так что при $\xi \gg 1$

$$\Upsilon \rightarrow 2. \quad (25)$$

В связи с этим вблизи ядра при $r \rightarrow \lambda_{min}$ уравнение равновесия (21) сведется к

$$\lambda_{min} \simeq Z\alpha\lambda_C. \quad (26)$$

Поэтому в окрестности ядра плотность электронного газа в слое толщиной λ_{min} может быть определена из условия нормировки.

В каждой ячейке содержится Z электронов, поэтому

$$Z \simeq n_e^\lambda \cdot \lambda_{min}^3 \quad (27)$$

Из этого условия следует, что

$$\xi_\lambda \simeq \frac{1}{2\alpha Z^{2/3}} \quad (28)$$

Здесь n_e^λ и ξ_λ - плотность электронного газа и относительный импульс электронов на расстоянии λ_{min} от ядра. В соответствии с (4) энергия всех Z электронов в плазменной ячейке

$$\mathcal{E} \simeq Zm_e c^2 \xi_\lambda \quad (29)$$

Подставляя сюда (28), окончательно получаем энергию электронного газа в плазменной ячейке:

$$\mathcal{E} \simeq \frac{m_e c^2}{2\alpha} Z^{1/3} \quad (30)$$

Этот слой электронного газа оказывает на ядро давление

$$P \simeq \mathcal{E}^{max} \left(\frac{\xi}{\lambda_C} \right)^3 \approx 10^{23} \text{ dyne/cm}^2 \quad (31)$$

т.е. по порядку величины такое же как давление нейтронизации (1).

5 Нейтронизация

. Рассмотренное выше «прилипание» электрона к ядру в плотной плазме должно привести к явлению нейтронизации ядер, когда это энергетически выгодно. «Прилипший» к ядру электронный слой должен оказывать стабилизирующее воздействие на нейтронно-избыточные ядра, и следует ожидать, что нейтронно-избыточные ядра, нестабильные в веществе с атомным структурой, внутри плотной плазмы распадаться не будут. Это

обстоятельство объясняет причину стабильного существования звезд с большими отношениями A/Z .

Полученные формулы позволяют ответить на вопросы, связанные с особенностями распределения звезд по массе. Численная оценка предельной энергии электронного газа в плазменной ячейке дает:

$$\mathcal{E} \simeq \frac{m_e c^2}{2\alpha} Z^{1/3} \approx 40 \cdot Z^{1/3} \text{Mev} \quad (32)$$

Масса ядра гелия-4 $M({}_2^4\text{He}) = 4.0026a.e.m.$, в то время как масса ядра водорода-4 $M({}_1^4\text{H}) = 4.0278a.e.m.$. Дефект массы $\approx 25\text{Mev}$. Поэтому с энергетической точки зрения возможна реакция



при которой из электронного газа ядром захватывается электрон, и протон в ядре превращается в нейтрон.

Видимая в спектре масс линия звезд с $A/Z = 3/2$, может быть отнесена к звездам, состоящим из ${}_2^3\text{He}$, ${}_4^6\text{Be}$, ${}_6^9\text{C}$ и т.д. Прямым подсчетом нетрудно убедиться, что реакции нейтронизации и превращение ${}_2^3\text{He}$ в ${}_1^3\text{H}$ и ${}_4^6\text{Be}$ в ${}_3^6\text{Li}$ энергетически также выгодны, поэтому ядра ${}_2^3\text{He}$ и ${}_4^6\text{Be}$ должны за счет нейтронизации превратиться в ${}_1^3\text{H}$ и ${}_3^6\text{Li}$, и линия в спектре масс звезд с $A/Z = 3/2$ не может быть образована этими ядрами. Однако при этом, оказывается энергетически невыгодна реакция



и поэтому можно считать, что звезды из указанной выше линии массового спектра могут состоять из углерода-9.

Список литературы

- [1] Vasiliev B.V.: arXiv:astro-ph.0902.0711
(<http://astrophysics1.org>)
- [2] Heintz W.D.: *Double stars* In Geoph. and Astroph. monographs, **15**, D.Reidel Publ. Corp., (1978)
- [3] Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М.: Статистическая физика, Наука, Москва, 1976.
- [4] Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М.: Теория поля, Наука, Москва, 1988. **1**, Pergamon Press, N.Y. (1971)
- [5] Leung Y.C.: *Physics of Dense Matter* In Science Press/World Scientific, Beijing and Singapore, (1984)